

УДК 656.211.3:656.211.5

В. В. СКАЛОЗУБ^{1*}, Л. А. ПАНИК^{2*}

^{1*} Каф. «Компьютерные информационные технологии», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, г. Днепропетровск, Украина, тел. +38 (056) 373-15-35, эл. почта skalozub_vl_v@mail.ru, ORCID 0000-0002-1941-4751

^{2*} Каф. «Компьютерные информационные технологии», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, г. Днепропетровск, Украина, тел. +38 (056) 373-15-35, эл. почта leon-docent@mail.ru, ORCID 0000-0003-1343-3000

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ С ПЕРЕМЕННЫМИ ТАРИФАМИ

Цель. В статье разработаны или усовершенствованы модели анализа и планирования многопродуктовых потоков в транспортных сетях в условиях конкуренции перевозчиков на основе применения переменных тарифов, а также при учете дополнительных требований, связанных с заданными наборами индивидуальных свойств носителей потоков или же «продуктов». Целью исследования являются вопросы влияния на планирование неоднородных транспортных потоков зависимостей удельных характеристик эффективности перевозок от величин потоков в сети, заданной различным образом, а также многокритериальный анализ компромисса нескольких перевозчиков, обслуживающих систем. **Методика.** Исследования проведены на основе математического моделирования многопродуктовых потоков с индивидуальными свойствами, а также применения методов линейного и нелинейного программирования. Для многокритериального планирования конкурирующих потоков строится область эффективных по Парето решений, рассчитанных с учетом применения переменных тарифов. **Результаты.** Усовершенствованы многопродуктовые модели планирования транспортных потоков в условиях конкуренции перевозчиков на основе применения переменных тарифов. **Научная новизна.** Получили развитие модели оптимального планирования неоднородных транспортных потоков путем учета зависимости тарифа от величин потоков в сети, наличия индивидуальных свойств носителей потоков, а также многокритериального анализа компромисса между несколькими обслуживающими системами. **Практическая значимость.** Результаты разработки обеспечивают возможность более полного учета условий планирования многопродуктовых транспортных потоков в условиях применения переменных тарифов и конкуренции перевозчиков.

Ключевые слова: неоднородные транспортные потоки, многопродуктовые потоки, индивидуальные свойства носителей потоков, переменные тарифы, конкуренция перевозчиков, многокритериальный анализ компромисса, нелинейное программирование.

Введение

Вопросы анализа и планирования многопродуктовых потоков в транспортных сетях [1, 2] в условиях конкуренции перевозчиков (виды и качество услуг) [3, 4], нескольких обслуживающих систем (ОС), с применением переменных тарифов на перевозку (удельных затрат или доходов) [6], а также при учете дополнительных требований, связанных с некоторыми установленными наборами индивидуальных свойств носителей потоков или же «продуктов» [7-9], находят все более полное решение во многих исследованиях [10, 11]. В большинстве случаев в известных работах указанные свойства (относительно условий или требований к перевозкам) представлены и исследуются в отдельности, не во всей их совокупности, без системного или многокритериального анализа возможных условий взаимодействия ОС. Мо-

дели учета индивидуальных свойств носителей потоков формализованы лишь для некоторых их видов (учитываются требования собственников «носителей потока», инфраструктурные ограничения, совместимости компонентов в потоках др.) [7-9]. В то же время развитие различных видов конкуренции на рынке транспортных услуг, в том числе на основе тарифных инструментов, предполагает по возможности полный учет названных факторов при анализе и планировании транспортных процессов. В целом задачи комплексного анализа форм взаимодействия ОС в настоящее время представляют значительный научный и прикладной интерес.

Вопросы моделирования транспортных потоков, учитывающие аспекты конкуренции ОС, направлены на оптимальное планирование распределения потоков в сетях, когда удельные характеристики эффективности перевозок, соответствующие тарифам, зависят от величины

потока и задаются различными способами. В статье рассмотрены следующие варианты условий планирования перевозок: удельные затраты (прибыль) постоянны, элементы матриц удельных затрат некоторой дуги зависят от собственного потока, удельные затраты дуги зависят от величины потоков нескольких дуг, подсети. Последний случай планирования непосредственно отображает конкуренцию ОС за счет выбора значений тарифов.

В работе сформированы обобщенные математические модели многопродуктовых потоков, которые отличаются, во-первых, учетом индивидуальных свойств носителей потоков, во-вторых, многокритериальным анализом компромисса между ОС. Причем, уже стандартная многопродуктовая модель [2] представлена как многокритериальная задача (МКЗ) для нескольких ОС, областью эффективных решений которой является областью Парето [12] этой МКЗ.

С точки зрения анализа применения переменных тарифов в работе представлены примеры формирования оптимального (в МКЗ – эффективного) распределения многопродуктовых потоков с индивидуальными свойствами при различных моделях формирования тарифов. В рамках реализации эффективных по Парето решений МКЗ может быть сделан вывод, который кратко состоит в следующем. С учетом установленных процедур расчетов тарифов (зависимости тарифов от потоков и наоборот), используя область эффективных компромиссов, для всех ОС выбирают соответствующие объемы перевозок по участкам транспортной сети, которые обеспечивают установленный, согласованный, уровень доходов.

Формирование и исследование указанных особенностей моделей неоднородных потоков является целью данной статьи. Для определенности далее будем рассматривать пассажирские потоки перевозок, которые осуществляются несколькими видами транспорта.

Обобщенная потоковая задача о взаимодействии видов транспорта

Процесс планирования пассажиропотоков в транспортных сетях усложнен неравномерностью пассажиропотоков. Для реализации этого нужно проведение исследований загрузки инфраструктуры железнодорожных вокзалов, автобусных станций, аэропортов и т.д., при изменениях размеров движения пассажиров. При планировании необходимо предварительно

определить станции пересадки пассажиропотоков с одного вида транспорта на другой, для которых следует предусмотреть увязку времени прибытия и отправления в графике движения [3, 4]. По сути, возникает задача оптимизации распределения потоков в многопродуктовых сетях [5], когда учитывается неоднородность требований пассажиров к процессу перевозок. Кроме того, учет требований пассажиров существенно изменяет содержание и сложность заданий планирования. В этих случаях возникают модели планирования с индивидуальными свойствами элементов [3, 4]. Решение оптимизационных задач с учетом индивидуальных свойств может быть получено методом редукции – за счет увеличения размерности модели планирования.

Рассмотрим обобщенную математическую модель потоковой задачи о взаимодействии ОС, здесь – видов транспорта. Представим транспортную сеть в виде ориентированного графа $G(E, A)$. Величина интенсивности пассажиропотока, который направляется из источника s к стоку t , известна и равняется f . Обозначим через x_{ij}^k – поток по дуге A_{ij} , равный (условно) числу пассажиров, которые направляются из пункта i в пункт j , в k -ом виде транспорта. Тогда математическая модель планирования с учетом неоднородности элементов потока будет иметь вид:

$$\Phi(\bar{\alpha}, \varphi_k(\bar{x})) = \sum_k \varphi_k(\bar{x}) \alpha_k \rightarrow \max \quad (1)$$

при ограничениях:

$$\sum_k \sum_j x_{ij}^k - \sum_k \sum_j x_{ji}^k = -f \quad (2)$$

$$\sum_k \sum_j x_{ij}^k - \sum_k \sum_j x_{ji}^k = 0 \quad (3)$$

$$\sum_k \sum_j x_{ji}^k - \sum_k \sum_j x_{ij}^k = f \quad (4)$$

$$0 \leq x_{ij}^k \leq U_{ij}^k \quad (5)$$

$$\prod_k x_{ij}^k = 0 \quad (5-a)$$

$$\sum_{k=1}^m x_{ij}^k \leq U_{ij} \quad (6)$$

В модели (1) – (6) x_{ij}^k – поток по дуге, а U_{ij}^k – это пропускная способность ребра (количество пассажиров, которые перевозятся из пункта i в пункт j в k -ом виде транспорта (про-

дукт « k »). Ограничения (5), (5-а) соответствуют математическим моделям потоковых задач с индивидуальными свойствами [7-9], а ограничения (6) относят модель к многопродуктовым задачам [2]. В частности, ограничения (5-а) запрещают одновременное перемещение продуктов « k » по дугам (i, j) . В функции цели (1) α_k – это весовые коэффициенты, а φ_k – частные показатели эффективности для каждого k -ого вида транспорта (ОС).

Если в (1) – (6) ввести времена перемещения из пунктов i в j , то модель можно рассматривать как многокритериальную с дополнительным критерием – минимальным временем передвижения.

Частные потоковые модели планирования неоднородных транспортных потоков

Рассмотрим некоторые частные постановки потоковых задач о распределении неоднородных потоков, то есть взаимодействия ОС транспорта, учитывая различные модели элементов матриц удельных эффективностей перевозок c_{ij}^k .

Многопродуктовая модель с индивидуальными свойствами для планирования потоков

Если в (1) все α_k одинаковы, а функции φ_k имеют вид

$$\varphi_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij}^k, \quad (7)$$

тогда модель (1) – (6) описывает многопродуктовую задачу с индивидуальными свойствами [7-9]. В модели (7) c_{ij}^k – это удельный доход от перевозки (пассажира) из пункта i в пункт j для k -того «продукта», вида транспорта.

Для примера, рассмотрена транспортная сеть с графом рис. 1, в которой потребности в перевозках пассажиров реализуют два вида транспорта: поезда, автобусы.

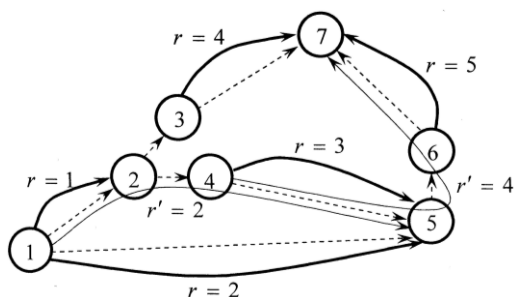


Рис. 1. Граф транспортной сети

Для каждой дуги графа рис. 1 известны пропускные способности по каждому виду транспорта. Известны матрицы удельных доходов (в усл. един.) от перевозки некоторого установленного единичного элемента потока (часть общего пассажиропотока) по видам транспорта, а также интенсивность, равная в расчетах 8 единицам. Далее П – поезд, а А – автобус.

Пропускные способности U_{ij} дуг X_{ij} по видам транспорта								
	X_{12}	X_{15}	X_{24}	X_{37}	X_{45}	X_{56}	X_{67}	X_{23}
П	7	4	7	3	7	8	8	4
А	5	5	3	4	4	8	4	8
Доход от перевозки C_{ij} единицы потока по дугам X_{ij}								
	X_{12}	X_{15}	X_{24}	X_{37}	X_{45}	X_{56}	X_{67}	X_{23}
П	45	30	50	70	35	60	70	45
А	50	34	36	78	40	30	55	55

При решении задачи методами линейного программирования получены следующие распределения пассажиропотока по дугам:

Пассажиропоток по дугам (поезд)								
	X_{12}	X_{15}	X_{24}	X_{37}	X_{45}	X_{56}	X_{67}	X_{23}
П	3	0	7	0	4	8	8	0
А	5	0	1	0	4	0	0	0

Общий максимальный доход от перевозки пассажиров разных категорий имеет значение: 2 111 у.е., а отдельно по категориям: на поезде доход 1 665 у.е., на автобусе 446 у.е. Результаты показывают, что произошло разделение потока по категориям пассажиров.

Многопродуктовая модель планирования при зависимости тарифа от потока по дуге

Рассмотрим модель цели (1), в которой все α_k равны, а функции φ_k имеют вид:

$$\varphi_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k (x_{ij}^k) x_{ij}^k \quad (8)$$

Здесь для некоторой дуги удельный доход зависит от потока по этой дуге, устанавливается в зависимости от потребности.

Для примера рассмотрена та же транспортная сеть с графом рис. 1, пропускными способностями и интенсивностью пассажиропотока из предыдущего примера. При этом функциональная зависимость дохода от потока по дуге выбрана в виде $f(x) = (a + bx)^2$, а для каждого вида транспорта (или продукта) использованы свои значения параметров a и b :

Поезд		Автобус	
A	B	A	b
5	1	6	1

Для функций (8) получены следующие пас-

сажиропотоки и доходы по дугам, рис. 1:

Пассажиропоток по дугам (поезд)								
	X ₁₂	X ₁₅	X ₂₄	X ₃₇	X ₄₅	X ₅₆	X ₆₇	X ₂₃
П	7	0	7	0	4	0	4	0
А	1	0	1	0	4	8	4	0
Удельный доход C _{ij} от перевозки потока по дугам X _{ij}								
	X ₁₂	X ₁₅	X ₂₄	X ₃₇	X ₄₅	X ₅₆	X ₆₇	X ₂₃
П	144	25	50	25	81	25	81	25
А	49	36	36	36	100	196	100	36

Общий максимальный доход от перевозки пассажиров разных категорий имеет значение: 5 130 у.е., а отдельно по категориям: на поезде доход 2 664 у.е., на автобусе 2 466 у.е.

Модель планирования потоков при зависимости тарифа от потоков нескольких дуг

Далее рассмотрим модель (1), в которой все α_k также равны, а φ_k имеют вид:

$$\varphi_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k(\bar{x}) x_{ij}^k \quad (9)$$

В этой модели доходы по некоторым дугам зависят от потоков по нескольким другим дугам, представляя условия конкуренции.

Для анализа этого вида взаимодействия транспортных потоков рассмотрена сеть рис. 1 с теми же пропускными способностями и интенсивностями пассажиропотоков. При этом зависимость дохода от потоков по двум дугам имеет вид $f(x, y) = a + b \cdot x + c \cdot y + d \cdot x \cdot y$, она использовалась для расчетов дохода C_{12} , зависящего от потоков по дугам X_{12} и X_{15} ; доход C_{23} , зависел от потоков по дугам X_{23} и X_{24} . Для остальных дуг зависимости для величин дохода соответствовали предыдущему примеру. Для каждого вида транспорта коэффициенты зависимостей $f(x, y)$ имели свои значения коэффициентов a, b, c и d . Рассмотрим модели $C_{ij}^k(f(x, y))$ переменных тарифов более подробно. Считаем, что в целом зависимости должны обеспечивать снижение в установленных пределах тарифа по мере приближения величин потоков по дуге к своим предельным значениям. Одновременно с этим при малых потоках конкурирующих дуг «у» можно несколько увеличить тариф по дуге «х». Тогда модель вариации тарифа имеет вид

$$f(x, y) = (1 - 0,1(x/U_{x^*}) - 0,1(y/U_{y^*}) + 0,2((U_{y^*} - y)/U_y)(x/U_{x^*})) \quad (10)$$

В (10) обозначено: U_x, U_y – предельные значения потоков по дугам x, y ; $U_{x^*} \leq U_x$; $U_{y^*} \leq U_y$. Модель (10) задает уровни тарифа по дуге «х» в зависимости системы конкурирующих потоков.

Пассажиропоток по дугам (поезд)								
	X ₁₂	X ₁₅	X ₂₄	X ₃₇	X ₄₅	X ₅₆	X ₆₇	X ₂₃
П	3	0	3	0	0	0	4	0
А	0	5	0	0	3	8	4	0
Удельный доход C _{ij} от перевозки потока по дугам X _{ij}								
	X ₁₂	X ₁₅	X ₂₄	X ₃₇	X ₄₅	X ₅₆	X ₆₇	X ₂₃
П	26,1	25	196	25	25	25	289	26
А	23,4	441	36	36	225	900	324	28

Пассажиропотоки и доходы по дугам, полученные при реализации модели (9), приведены в двух выше указанных таблицах. Общий максимальный доход от перевозки пассажиров разных категорий имеет значение: 13 198,21 у.е., а отдельно по категориям: на поезде доход 1 822,21 у.е., на автобусе 11 376 у.е.

Многокритериальная модель планирования неоднородных потоков при зависимости тарифа от потоков нескольких дуг

Рассмотрим функцию цели (1) в которой все α_k неравноценны и связаны соотношением $\sum_k \alpha_k = 1$, а функции φ_k имеют вид (9), учитывая модели (10). В этом случае модель (1) – (6) относится к многокритериальным задачам, которые реализуются путем формирования эффективных по Парето решений. Выделение области компромисса представляет предварительный этап разрешения противоречий между перевозчиками (поезда и автобусы), обслуживающими потребности исходного потока, α_k – коэффициенты значимости частных критериев ОС φ_k .

Для примера реализации этой задачи также рассмотрена транспортная сеть с графом рис. 1 и прежними параметрами. При этом частные критерии – максимизация доходов от перевозки пассажиров только поездами (F_1) и только автобусами (F_2). Тогда обобщенная скалярная функция для формирования эффективных по Парето решений имеет вид:

$$F = \alpha F_1 + (1 - \alpha) F_2 \rightarrow \max \quad (11)$$

Табл. 1 показывает результаты решений задачи (11) для различных значений α , которые в совокупности являются областью компромиссов, на основе которой ОС следует планировать

организацию перевозок (выделение транспортных средств, необходимых для обслуживания установленного компромиссным решением пассажиропотока). При этом должны быть приняты соответствующие точке согласованного компромисса (значение α) величины тарифов, что обеспечит гарантированные уровни доходов для всех ОС. Табл. 1 показывает существенное изменение уровней доходов ОС, а

также оптимальных по (11) решений x_{ij}^k от значений коэффициентов предпочтений α . При этом в силу системы ограничений допустимой области (2) – (6) не требуется высокой точности задания этих коэффициентов. Смотри варианты решений (в3, в4), (в7, в8) и др., которые имеют одинаковые распределения оптимальных потоков.

Таблица 1

Распределение потоков по дугам сети для различных значений α

№	Альфа	F	F1	F2	Потоки по дугам													
					X12		X15		X24		X45		X37		X56		X67	
1	0	12116,52	1156	12116,52	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					0	3	0	5	0	3	0	3	0	0	0	8	4	4
2	0,1	11020,47	1156	12116,52	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					0	3	0	5	0	3	0	3	0	0	0	8	4	4
3	0,2	9924,42	1156	12116,52	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					0	3	0	5	0	3	0	3	0	0	0	8	4	4
4	0,3	8828,37	1156	12116,52	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					0	3	0	5	0	3	0	3	0	0	0	8	4	4
5	0,4	7732,31	1156	12116,52	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					0	3	0	5	0	3	0	3	0	0	0	8	4	4
6	0,5	6599,11	1822,21	11376	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					3	0	0	5	3	0	0	3	0	0	0	8	4	4
7	0,6	8040,82	7287,37	9171	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					7	0	1	0	4	3	7	0	0	0	0	8	4	4
8	0,7	10153,16	10863,37	8496	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					7	0	1	0	7	0	7	0	0	0	0	8	4	4
9	0,8	10389,9	10863,37	8496	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					7	0	1	0	7	0	7	0	0	0	0	8	4	4
10	0,9	10626,64	10863,37	8496	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					7	0	1	0	7	0	7	0	0	0	0	8	4	4
11	1	10863,37	10863,37	8496	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А	П	А
					7	0	1	0	7	0	7	0	0	0	0	8	4	4

Выводы

В статье сформирован набор математических моделей и исследованы вопросы анализа и планирования многопродуктовых потоков в транспортных сетях в условиях конкуренции перевозчиков, а также при задании дополнительных индивидуальных требований для «носителей» потоков. Модели планирования учитывают зависимость удельных характеристик эффективности перевозок и тарифа от величин потоков в сети, заданную различным образом, а также необходимость многокритериального анализа компромисса нескольких перевозчиков. Реализация разработанных моделей планирования неоднородных транспортных потоков показала возможности их применения для представления конкуренции перевозчиков путем выбора тарифов. Выполнен многокритериальный анализ задачи планирования конкури-

рующих многопродуктовых потоков, установлена невысокая чувствительность оптимальных планов к выбору коэффициентов предпочтительности частных критериев. Компромиссно-оптимальные решения приведенных задач устойчивы, они обеспечивают установленный, согласованный, уровень доходов.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Форд, Л. Р. Потоки в сетях / Л. Р. Форд, Д. Р. Фалкерсон. – Москва : Мир, 1966. – 276 с.
2. Филлипс, Д. И. Методы анализа сетей / Д. И. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – Москва : Мир, 1984. – 496 с.
3. Бутько, Т. В. Планування поїздок в транспортних системах з пересадками з урахуванням спеціалізації вимог пасажирів / Т. В. Бутько, В. В. Скалозуб, А. В. Прохорченко, Л. О. Панік. // Збірник наукових праць Донецького інституту залізничного транспорту. – 2012. – № 30. – С. 1 – 9.

4. Паник, Л. А. О динамических моделях управления неоднородными транспортными сетями / Л. А. Паник // Системные технологии : Регион. межвуз. сб. науч. работ. – Днепропетровск, 2014. – Вып. 4 (93). – С. 1-7.

5. Бутько, Т. В. Формування моделі організації пасажиропотоків при здійсненні пересадок на залізничному вокзалі з використанням колективного інтелекту / Т. В. Бутько, А. В. Прохорченко. // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2010. – № 2. – С. 57-67.

6. Введение в математическое моделирование транспортных потоков. / Под ред. А. В. Гасникова. – Москва : МФТИ, 2010. – 362 с.

7. Скалозуб, В. В. Моделирование и анализ потоковых задач с неоднородными носителями. / В. В. Скалозуб, Л. А. Паник // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна. – 2007. – Вип. 19. – С. 134-137.

8. Скалозуб, В. В. Многокритериальные модели задачи анализа транспортных сетей с учетом специализированных свойств носителей потоков / В. В. Скалозуб, Л. А. Паник // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2010. – № 4. – С. 15-21.

9. Скалозуб, В. В. Развитие многопродуктовых и многокритериальных моделей потоковых задач с учетом специализации носителей потоков / В.В. Скалозуб, Л.А. Паник, С.С. Блохин. // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2011. – № 4. – С. 7-11.

10. Chen, M. Simplified formulation of toll design problem / M. Chen, D. H. Bernstein, S. I. J. Chien, K. Mouskos // Transportation Research Record. – 1999. – № 1667. – P. 88-95.

11. Nagurney, A. Network Economics: A Variational Inequality Approach. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.

12. Лю, Б. Теория и практика неопределенного программирования: Пер. с англ./ Б. Лю; – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 416 с.

Стаття рекомендована до публікації д.т.н., д.т.н., професор Михальовим О. І. (Україна)

Надійшла до редколегії 09.11.2015.

Прийнята до друку 10.11.2015.

В. В. СКАЛОЗУБ, Л. О. ПАНІК

МОДЕЛЮВАННЯ НЕОДНОРІДНИХ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ З ЗМІННИМИ ТАРИФАМИ

Мета. У статті розроблені або вдосконалені моделі аналізу і планування багатопродуктових потоків у транспортних мережах в умовах конкуренції перевізників на основі застосування змінних тарифів, а також при обліку додаткових вимог, пов'язаних із заданими наборами індивідуальних властивостей носіїв потоків або ж «продуктів». Метою дослідження є питання впливу на планування неоднорідних транспортних потоків залежностей питомих показників ефективності перевезень від величин потоків в мережі, заданої різним чином, а також багатокритеріальний аналіз компромісу декількох перевізників, обслуговуючих систем. **Методика.** Дослідження проведені на основі математичного моделювання багатопродуктових потоків з індивідуальними властивостями, а також застосування методів лінійного та нелінійного програмування. Для багатокритеріального планування конкуруючих потоків будується область ефективних за Парето рішень, розрахованих з урахуванням застосування змінних тарифів. **Результати.** Удосконалено багатопродуктові моделі планування транспортних потоків в умовах конкуренції перевізників на основі застосування змінних тарифів. **Наукова новизна.** Отримали розвиток моделі оптимального планування неоднорідних транспортних потоків шляхом урахування залежності тарифу від величин потоків в мережі, наявності індивідуальних властивостей носіїв потоків, а також багатокритеріального аналізу компромісу між декількома обслуговуючими системами. **Практична значимість.** Результати розробки забезпечують можливість більш повного врахування умов планування багатопродуктових транспортних потоків в умовах застосування змінних тарифів і конкуренції перевізників.

Ключові слова: неоднорідні транспортні потоки, багатопродуктові потоки, індивідуальні властивості носіїв потоків, змінні тарифи, конкуренція перевізників, багатокритеріальний аналіз компромісу, нелінійне програмування.

V. SKALOZUB, L. PANIK

MODELING OF INHOMOGENEOUS TRANSPORT STREAMS WITH VARIABLE TARIFFS

Purpose. The article represents the improved models for analysis and planning of multi-product streams in transport networks in the conditions of carriers' competition on the basis of variable rates' application, and also tak-

ing into account the additional requirements related to the sets of individual properties of carriers or «products» streams. The goal of the research is the influence of the specific characteristics' dependencies of the transport efficiency on planning of heterogeneous transport streams, depends on the sizes of streams in the network set in different ways, and also on multi-criterial analysis of a compromise of several carriers serving systems. **Methods.** The research was done on the basis of mathematical design of multi-product streams with individual properties, and also based on application of the linear and nonlinear programming methods. The area of the effective Pareto decisions was built for the multi-criterial planning of competitive streams taking into account application of variable rates. **Results.** The multi-product models of transport streams planning were improved in the conditions of carriers' competition through the application of variable rates. **Scientific novelty.** The model of optimal planning of homogeneous traffic streams was developed taking into account the tariff depending on the values of stream in the network, the availability of the individual properties of media streams as well as multi-criterial analysis of compromise between several serving systems. **The practical significance.** The results of development provide possibility of more complete account of planning terms of multi-product transport streams in the conditions of variable rates' application and carriers' competition.

Keywords: heterogeneous transport streams, multi-product streams, individual properties of streams' carriers, variable rates, competition of carriers, multi-criterial analysis of compromise, nonlinear programming.