Збірник наукових праць ДНУЗТ ім. акад. В. Лазаряна. Вип. 25. 2023 р.

УДК 621.7

А. Р. МІЛЯНИЧ [1*]

[1*]Каф. «Залізничний транспорт» Інституту механічної інженерії та транспорту Національного університету «Львівська політехніка» вул. І. Блажкевич, 12а, Львів, Україна, 79052, тел. + 38 (067) 747 46 46, ел. пошта: milyan_74@ukr.net, ORCID 0000-0003-3583-792X

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРИ РОЗРАХУНКАХ МЕХАНІЗМІВ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

Мета. Оптимальне проектування механізмів засобів транспорту є детальним оглядом та оцінкою науково-технічної літератури і окремих публікацій із методології оптимізації властивих розрахункам даних видів механічних конструкцій. Основна мета даного оглядового матеріалу – розглянути ряд напрямів проектування механізмів засобів транспорту, особливо виділивши застосовування методів оптимізації. Дослідження в області проектування механізмів ведуться у двох напрямах: методом синтезу згідно заданих положень та методом математичного програмування. **Методи.** Методи синтезу шарнірно-важільних механізмів можна поділити на дві групи. У першій застосовуються методи наближення функцій, у другій – оптимізаційні методи. Пошук оптимального рішення у другій групі означає одночасний пошук правильної постановки задачі, при якій параметри механізмів слід шукати за умов найкращого задоволення вимог технологічного процесу. Задачі оптимального проектування механізмів найчастіше продовжують формулюватись як задачі найкращого наближення функцій. Оптимізаційний синтез – порівняно новий напрям в синтезі важільних механізмів. Оптимізаційний синтез здійснюється на базі методів нелінійної оптимізації. На даний час значно зросла складність та комплексність проблем, які виникають і вимагають вирішення у процесі проектування механізмів. Певний обсяг досліджень був проведений в рамках класичної теорії кінцевих і нескінченно малих плоских переміщень. У даних роботах детально розроблена і застосована до задач кінематичного синтезу теорія просторового руху загального виду. **Результати.** Оскільки симплексний метод є достатньо ефективним при рішенні задач лінійного програмування, він став основоположником ряду методів послідовної лінеаризації, або методів січних площин, для розв’язування задач нелінійного програмування. **Практична значимість.** При обширному переліку сучасної літератури та наукових публікацій по синтезу механізмів і математичному програмуванню повний хронологічний огляд досягнень останнього десятиліття був би доволі громістким. Тому були лише відмічені окремі тенденції в синтезі механізмів, акцентуючи увагу на прагненні одержати «найкращу» конструкцію із врахуванням практичних вимог. Синтез механізмів – це область, в якій застосовування мето-дів математичного програмування є доволі перспективним внаслідок властивого їм вільного формулювання. Обмеження та вимоги інженерних практичних задач часто можна враховувати у формах, які є сумісними до даних сучасних методів. Головною метою наведеного дослідження є широке ознайомлення із досягненнями у двох областях з надією, що існуючі на даний час засоби оптимізації будуть застосовуватись до цих задач синтезу і що, навпаки, засоби оптимізації будуть надалі вдосконалюватись внаслідок досліджень конструкцій механізмів засобів транспорту. Це сприятиме кращому розумінню та прискореному розвитку як методів розрахунку механізмів, так і методології оптимізації.

Ключові слова: оптимальне проектування, засоби транспорту, механізм, методи синтезу, методи оптимізації

Вступ

Зацікавленість до оптимального проектування механізмів засобів транспорту є мотивованою необхідністю детального огляду та оцінки науково-технічної літератури і окремих публікацій із методології оптимізації властивих розрахункам даних видів механічних конструкцій. Основна мета даного оглядового матеріалу – розглянути ряд напрямів проектування механізмів засобів транспорту, особливо виділивши застосовування методів оптимізації.

doi: 10.15802/tstt2023/284491

Дослідження в області проектування механізмів ведуться у двох напрямах: *а*) методом синтезу згідно заданих положень та *б*) методом математичного програмування. У розділі 1 представленої нижче методики наводиться короткий огляд окремих досліджень, які присв'ячені методу синтезу за заданими положеннями механізму. У розділі 2 розглядається у загальному виді задача проектування, яка відноситься до кінематичного синтезу. У розділі 3 коротко описується кілька важливих методів оптимізації та порівнюються їх переваги. І нарешті, у розділі 4 розглядається певна кількість робіт із застосування методів оптимізації в задачах проектування механізмів засобів транспорту.

Метод синтезу згідно заданих положень

Проектування механізмів є однією із найстаріших задач техніки, яка привертала увагу багатьох дослідників на протязі тривалого історичного періоду. Можна сказати, що сучасні дослідження в області аналітичного синтезу механізмів започаткувались у нашій країні з другої половини 30-х років 20 століття, коли основною темою досліджень були питання структури та класифікації механізмів, кінематика та кінетостатика плоских і просторових важільних механізмів. У значно меншій степені вивчався синтез механізмів.

Починаючи із середини 40-х років минулого століття велике значення починають набувати проблеми синтезу механізмів, а у 60-70-х роках вітчизняна школа теорії машин і механізмів стала самою у світі і за своїм складом, і за охопленням проблем дослідження, і за рівнем якості отриманих результатів.

У той же час питання синтезу механізмів становили основну тематику досліджень німецької школи механіки машин. Тут розвивалась класична спадщина Бурместера, Альта та Грюблера: систематика та класифікація механізмів, експериментальний синтез механізмів, синтез шарнірних, зубчастих і кулачкових механізмів [1]. Широко відома серія наукових публі-кацій Ліхтенхельдта, які були присв'ячені проблемам синтезу різних механіз-мів ткацьких верстатів, точного приладобудування тощо [2], які у більшості своїй ґрунтувались на геометричній школі Бейєра [3].

У той же час на теренах нашої держави ряд провідних вітчизняних науковців, таких як І.І. Артоболевський, Н.І. Левицький, С.А. Чекудінов та Я.Л. Герунімус провели систематичне дослідження методів синтезу важільних механізмів, які ґрунтувались на основі застосування кінематичної та проективної геометрії, а також теорії алгебраїчних кривих [4, 5].

В області синтезу кулачкових механізмів проводились і продовжують проводитись роботи із уточнення вибору закону веденої ланки та визначення основних розмірів. У результаті багатьох досліджень вдалось вияснити, що цей закон слід вибирати не лише із врахуванням заданих кінематичних і динамічних величин, але й із врахуванням технології виготовлення кулачка та допустимої точності відтворення його профілю. Накопичені дані про зв'язок точності відтворення профілю кулачка із основними кінематичними та динамічними параметрами механізму дозволили обґрунтувати систему допусків на робочий профіль і пов'язану з нею таблицю рекомендованих законів руху веденої ланки [6].

Наукові праці по синтезу комбінованих механізмів (кулачково-важільних, зубчасто-важільних тощо) є цікавими тим, що вони основані на органічному злитті методів синтезу важільних механізмів із методами синтезу кулачкових, зубчастих та ряду інших механізмів. В літературі достатньо повно досліджені також триланкові мальтійські механізми із прямолінійними радіальними пазами, синтезом яких продовжують займатися і на даний час [7]. Синтезом комбінованого мальтійського механізму згідно заданого закону руху веденої маси на даний час успішно займається В.Р. Пасіка [8].

Методи синтезу шарнірно-важільних механізмів можна поділити на дві групи [10]. У першій застосовуються методи наближення функцій, у другій – оптимізаційні методи. Пошук оптимального рішення у другій групі означає одночасний пошук правильної постановки задачі, при якій параметри механізмів слід шукати за умов найкращого задоволення вимог технологічного процесу [9]. Задачі оптимального проектування механізмів найчастіше продовжують формулюватись як задачі найкращого наближення функцій [11, 12].

Оптимізаційний синтез – порівняно новий напрям в синтезі важільних механізмів. Монографія, в якій один із розділів присв'ячений саме оптимізаційному синтезу таких механізмів, була видана в 1988 році. ЇЇ авторами є Е.Є. Пейсах і В.А. Нестеров. Оптимізаційний синтез здійснюється на базі методів нелінійної оптимізації [13]. На даний час значно зросла складність та комплексність проблем, які виникають і вимагають вирішення у процесі проектування механізмів. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального оптимізаційного синтезу машинобудівних конструкцій детально наведено у праці [14].

Значний інтерес являє собою питання синтезу важільних механізмів із вистоями вихідних ланок. Існуючі методи синтезу важільних механізмів із вистоями основуються на властивостях крайніх положень [15,16] та властивостях шатунних кривих шарнірного чотирьох ланкового механізму. У другому випадку застосовується або наближено-прямолінійні, або коли дільниці шатунної кривої наближаються до кола [17,18].

Певний обсяг досліджень був проведений в рамках класичної теорії кінцевих і нескінченно малих плоских переміщень. У роботах [19,20,21] детально розроблена і застосована до задач кінематичного синтезу теорія просторового руху загального виду. А у роботі [22] при синтезі плоских і просторових механізмів застосовується суміщення матричного оператора обертання із зміщенням точки у тілі, яке переміщується. У дослідженнях, наведених у праці [23], при синтезі плоских і сферичних механізмів загального типу використовувались матриці зміщення.

Особливістю останніх наведених методів є то, що складається (явно і неявно) система рівнянь, яка надалі розв'язується різними способами для визначення окремої конструкції або ряду конструкцій, які задовольняються даними рівняннями. Слід зауважити, що, хоча методи синтезу за заданими положеннями виявились доволі практичним засобом для розрахунків геометрії переміщення, вони здебільше не є такими ефективними при умові, що конструкція повинна задовольняти також певні умови або обмеження, виражені у формі нерівностей. Фактично на даний час є придатним єдиний метод, який полягає у тому, щоб спроектувати механізм, перевірити, чи не порушуються які-небудь нерівності, а потім методом проб і помилок виправляти постановку задачі. Нажаль, до цієї категорії попадає більшість практичних задач. Для їх розв'язку доцільно скористатися методам математичного програмування. Крім того, може виявитись корисним поєдну-вання двох методів.

Задача оптимального синтезу

Загальна задача математичного програмування формулюється наступним чином:

мінімізувати F (X) за умови:

– обмежень у формі нерівностей

$$h_i(X) < 0, \qquad i = 1,2, \ldots, n;$$

– обмежень у формі рівнянь

$$l_j(X) = 0, \qquad j = 1,2, \ldots, m;$$

– обмежень у формі параметричних нерівностей

$$g_k(X,\theta) \le 0,\ k = 1,2, \ldots, q,$$

$$\theta_{ij}^{L} \le \theta \le \theta_{ij}^{u},$$

де F (X) – цільова функція, яка мінімізується оптимальним вибором X (тобто розрахункових змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$);

θ - вектор параметрів, компонентами якого можуть бути час або просторові змінні;

θ_{ij}^{L} та θ_{ij}^{u} - границі, які визначають область змін параметрів.

В якості цільової функції в задачі синтезу механізму ми могли б взяти, наприклад, похибку (помилку методу найменших квадратів, повну інтегральну помилку або інший підходящий функціонал) між фактичними і бажаними характеристиками механізму, або неврівноваженість механізму, або чутливість до допустимих відхилень, або похибку внаслідок пружності механізму тощо, та прагнути її оптимізації (мінімізації або максимізації). В окремих випадках може виникати потреба зважена комбінація цих цільових функцій.

Обмеження у формі рівностей можуть виникати, наприклад, якщо в ітераційний процес розрахунку включаються рівняння замкнутості контурів. Невизначений набір умов у заданих положеннях також може дати обмеження у формі рівності. Другими словами, якщо задано менше положень або умов на похідні, ніж те, яке може бути точно встановлене, задача розрахунку отримує кілька «степенем вільності».

Обмеження у формі нерівностей можна накласти на довжини ланок, положення шарнірів, максимальні швидкості та прискорення, області переміщення ведучої та веденої ланок, рухомості (теорема Грасгофа про те, що проекції швидкостей двох довільних точок твердого тіла на пряму, яка з'єднує ці точки, рівні між собою), порядок переміщення (при відтворенні функцій або формуванні траєкторії частини кривої або функції, яка відтворюється при переміщенні у прямому напрямі, не повинна бути тією ж самою, що і при зворотному русі).

Параметричні обмеження у формі нерівностей можуть відноситись до всього робочого простору до границь діапазонів кута передачі, до напружень у ланках і шарнірах, до зусиль, які передаються, та моментів. Слід зауважити, що іноді можна позбутися параметричних обмежень, якщо вдасться знайти критичні значення параметра або якщо в інтервалі зміни параметру розглядається достатня кількість точок і їх співвідношення застосовується як система звичайних нерівностей.

Для рішення поставлених таким чином задач існує кілька методів. Однак, нажаль, не існує єдиного методу який би найкращим чином підходив до всіх задач.

Методи оптимізації

Практичне значення задачі математичного програмування обумовило значну різновидність методів їх рішення. Напевно, найбільш відомим методом програмування є симплексний метод, який є прийнятливим для задач лінійного програмування (де F, h_i та l_j – лінійні функції X і де відповідають функції g_k). На даний час така постановка задачі при розрахунках механізмів зустрічається доволі рідко, і тому безпосередньо цей метод тут майже не застосовується. У даному розділі ми коротко описуємо кілька методів *нелінійного* програмування, які виявились найбільш перспективними при різних застосовуваннях у розрахунках механізмів. Далі будуть наведені три найважливіші області нелінійного програмування: *а*) методи беззаперечної мінімізації функції (при відсутності обмежень у формі нерівності або рівності); *б*) методи розв'язку задачі із обмеженнями за допомогою методів беззаперечної мінімізації; *в*) прямі методи рішення задач з обмеженнями.

Беззаперечна мінімізація. В основі найчастіше застосованих мето-дів такої мінімізації функцій загального виду лежить елементарна ітераційна схема:

$$X_{q+1} = X_q + \alpha_q \cdot S_q ,$$

де X_q – «стара» ітерація;

X_{q+1} – «нова» ітерація;

S_q – вектор напряму кроку;

α_q - довжина кроку.

Для функцій F загального виду існує чотири методи, які заслуговують уваги в якості ефективних методів рішення задачі. Перший із них – метод Пауелла (в основі методу лежить ідея апроксимації заданої функції квадратичним поліномом [24]), у якому не потрібно обчислювати похідні F, оскільки даний метод є прийнятливим за умови, коли похідні існують не всюди. Тут спочатку в якості S_q використовуються координатні одиничні вектори, взяті по порядку, причому α_q приймається рівним значенню α_q^*, яке мінімізує на кожному кроці функцію $F\,(X_q + \alpha_q^* S_q)$. Після одного циклу мінімізації із використанням кожної координати один раз, береться новий вектор S_q, який направлений із початкової в кінцеву точку циклу. Потім цей напрям зберігається і включається в загальний набір напрямів пошуку і використовується на наступному етапі одномірних пошуків замість одного із координатних напрямків. Цей процес повторюється до появи сходимості, яка для квадратичних функцій досягається через кінцеву кількість кроків. Ця властивість називається квадратичною сходимістю, яка проаналізована у роботі [25] із детальним обговоренням найкращих способів обчислення α_q^*.

Другим методом із квадратичною сходимістю є метод знаходження локального екстремуму на основі інформації про її значення та її інгредієнт, описаних у роботі [26]. Тут знову α_q вибирається рівним значенню α_q^* (яке мінімізує функцію F вздовж напряму S_q):

$$S_q = -\nabla F\left(X_q\right) + \frac{\left|\nabla F\left(X_q\right)\right|^2}{\left|\nabla F\left(X_{q-1}\right)\right|^2} \cdot S_{q-1} ,$$

де $S_1 = -\nabla F\left(X_1\right)$;

∇F - градієнт F.

Даний метод називається градієнтним, оскільки при вираховуванні S_q використовується вектор ∇F. Обсяг обчислень тут є лише не набагато більшим, ніж у методі найшвидшого спуску, де $S_q = -\nabla F\left(X_q\right)$, хоча ефективність є на порядок вищою. Ефективність методу спряжених градієнтів підвищується шляхом застосовування час від часу нової початкової точки.

Вимоги існування похідних $\partial F/\partial x_i$ є свого роду покаранням за ефективність методу, однак доки складність розрахунків не є значною, даному методу слід надавати перевагу перед методом Пауелла. Слід зауважити, що більшість функцій, які зустрічаються в розрахунках механізмів, доволі легко диференціюються згідно розрахункових змінних, що надає значну перевагу при оптимізації механізмів.

Третім методом беззаперечної мінімізації є метод змінної метрики, або як він по іншому називається – метод Девідона-Флетчера-Пауелла (метод мінімізації довільних функцій, які поєднують властивості як методів спряже-них напрямів, так і методів ньютонівського типу, і при цьому не вимагає розрахунків других похідних [26]), який потребує для вектора S_q

$$S_{q+1} = -H_{q+1} \cdot \nabla F_{q+1},$$

де матриці

$$H_{q+1} = H_q + M_q + N_q,$$

$$M_q = \alpha_q^* \cdot \frac{S^* \cdot S_q^T}{S_q^T \cdot Y_q};$$

$$N_q = \frac{\left(H_q \cdot Y_q\right) \cdot \left(H_q \cdot Y_q\right)^T}{Y_q^T \cdot H_q \cdot Y_q} \text{ та } \alpha_q = \alpha_q^*.$$

Матриця H_q називається метричною. В якості її початкової умови H_0 часто приймається одинична матриця. Зауважимо, що по суті цей метод є градієнтним і що присутність метричної матриці пов'язана лише із незначним додатковим обчисленням, за умови, що не розглядаються великі за обсягом (більше 50 змінних) задачі. При наближенні до мінімуму метрична матриця наближається до матриці, зворотній матриці Гесса (*матриця Гессе* – квадратна матриця, елементами якої є часткові похідні деякої функції) для F:

$$H_q = \left[\frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j}\right]_{X_{\min}}^{-1} \equiv J^{-1},$$

$q \to$ більші значення.

Ця властивість, яка дозволяє називати даний метод квазіньютонівським [26], сприяє швидкій сходимості методу. Особливо даний метод підходить для застосовування із кінцеворозмірними апроксимаціями похідних.

Четвертому методу, як методу мінімізації, характерний метод Ньютона-Рафсона (більш відомий як *метод дотичних* – це ітераційний числовий метод визначення кореня (нуля) заданої функції):

$$S_q = -J_q^{-1} \cdot \nabla F_q,$$

де J_q – гессіан (симетрична квадратична форма, яка описує поведінку функції у другому порядку), який обчислений у точці X_q.

І знову $\alpha_q = \alpha_q^*$, а цей крок має вирішальне значення, оскільки він гарантує сходимість результатів, причому до мінімуму, а не до максимуму. Якщо гессіан J – матриця, яка від'ємно визначена в окремих точках простору, то α_q^* може бути від'ємною. Поблизу мінімуму $\alpha_q^* \to 1$ даний метод приймає свій звичайний вигляд. Головним недоліком даного методу є необхідність складати, вираховувати та перетворювати J_q на кожній ітерації.

Методи беззаперечної мінімізації для задач із обмеженнями. Оскільки наведені вище методи беззаперечної мінімізації достатньо добре розроблені і є доволі надійними, слід розглянути способи їх застосовування для рішення задач із обмеженнями. Найбільш прямий шлях у такому перетворенні змінних задач, полягає у тому, щоб обмеження задовольнялись автоматично. У випадках обмежень у формі рівності іноді вдається вилучати змінні величини, допускаючи обмеження явним чином. Наприклад, якщо є лише одне обмеження $b \le x \le a$, то заміна змінної $x = (a-b) \cdot \mathrm{Sin}^2 y + b$ звільняє від необхідності обмеження.

У більшості випадків задача є доволі складною для такого підходу, але можливо застосовувати методи безперечної мінімізації, використовуючи метод так званої штрафної функції [27]. Двома найбільш поширеними функціями для обмежень у формі нерівностей є:

$$\varphi_1(X,r) = F(X) - r\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_i(X)},$$

$$\varphi_2(X,r) = F(X) + r\sum_{i=1}^{n} \left\{\max\left[0, h_1(X)\right]\right\}^2$$

Вони мінімізуються по X при фіксованому додатному r. Далі для φ_1 значення r зменшується і величина φ_1 знову мінімізується; для φ_2 значення r зростає.

Перша із них називається внутрішньою штрафною функцією, тому що функція φ_1 повинна мінімізуватися «всередині» області $h_j \le 0$. Виходить послідовність мінімумів, які наближаються до оптимуму задачі із обмеженнями – метод послідовної беззаперечної мінімізації, суть якого полягає у побудові на основі мінімізованої функції та функцій обмежень певного сімейства функцій, які залежать від параметрів [28].

Послідовність обчислення полягає у наступному: вибирається прийнятне значення r, мінімізується φ, змінюється величина r, знову мінімізується φ і т. д. Обчислення виконується послідовно, так що мінімум для одного циклу можна використовувати в якості початкової точки для наступних мінімізацій. Коли r наближається до свого граничного значення, мінімізувати функцію φ стає все важче.

Прямі методи. Прямими ми називаємо тут обчислювальні методи, у яких обмеження розглядаються в явному вигляді як обмежуючі гіперповерхні у просторі обчислюваних змінних. У певному смислі вони являють собою більш невимушений підхід до процесу синтезу, ніж методи беззаперечної оптимізації, оскільки вони більше відповідають способу мислення конструкторів. Ми наведемо тут три прямих метода: метод можливих напрямів, метод проекцій градієнта і метод послідовної лінійної оптимізації. Крім того, ми розглядатимемо лише методи для задач із обмеженнями у формі нерівностей, оскільки випадок із обмеженнями у формі рівностей є на порядок складнішим.

Для методу можливих напрямів [29] необхідно ввести певні визначення:

1) Система активних обмежень ***K*** **(X)** – це набір всіх індексів i, таких, що у точці **X** простору розрахункових змінних h_i(**X**) = 0 (практично ми використовуємо відрізок $0 \le h_i \le \varepsilon$ або $|h_i| \le \varepsilon$, де ε - малий допуск).

2) Напрям S у точці **X** називається *можливим,* якщо для всіх i в ***K*** **(X)**

$$S^T \nabla h_i(X) < 0 .$$

3) Відповідний можливий напрям це таке S, яке задовольняє попередню нерівність

$$S^T \nabla F(X) < 0 .$$

При такому напрямі метод дозволяє зробити крок від **X** до нової точки із іншою системою ***K***, якщо зустрінуться нові обмеження. В іншому випадку використовується схема беззаперечної мінімізації до тих пір, доки знову не зустрінеться обмеження. Це дасть точку із меншим значенням $\boldsymbol{F}$, в якій вишукується придатний можливий напрям. Таким чином, суть методу полягає в «задачі визначення напряму», яка здебільшого формулюється наступним чином: знайти γ, S, такі, що $\gamma \to \max$, $S^T \nabla h_i + \gamma \cdot \theta_i < 0$, $i \in K(X)$, $S^T \nabla F + \gamma < 0$, норма $(S) \le b$,

де θ_i - довільні додатні сталі величини.

Здебільшого «норма (S)» вибирається таким чином, щоб одержувалась задача лінійного програмування, яка потім розв'язується симплексним методом. Існують певні проблеми обчислювання, які виникають у зв'язку із встановленням довжини кроку після того, як знайдено напрям, але всі ці проблеми допускають практичне розв'язування [30].

Метод проекцій градієнта є аналогічним методу можливих напрямів, але застосовується в основному в задачах із лінійними обмеженнями. Тут задача визначення напряму зводиться до знаходження проекції - ∇F на різновидність, утворену перетином системи найближчих обмежуючих гіперповерхонь. Коли напрям стає відомим, вибирається крок або до відповідної точки мінімуму вздовж цього напряму, або до нової системи обмежень в залежності від того, що приводить до зменшення значення F. В задачі із лінійною цілевою функцією для кожного кроку потрібно один доволі простий розрахунок.

Хоча даний метод можна модифікувати і застосовувати його для загальної нелінійної задачі, він стає тут неефективним, а метод можливих напрямів дає кращі результати. Очевидно, в таких випадках ефективно узагальнення методу, названого методом приведеного градієнту [31].

Оскільки симплексний метод є достатньо ефективним при рішенні задач лінійного програмування, він став основоположником ряду методів послідовної лінеаризації, або методів січних площин, для розв'язування задач нелінійного програмування.

Основна ідея цієї групи методів полягає у тому, що рішається задача лінійного програмування:

$$\bar{F}_0 = F(X_0) + (X - X_0)^T \nabla F(X_0) \to \min$$

та

$$\bar{h}_i^0 \equiv h_i(X_0) + (X - X_0)^T \nabla h_i(X_0) \le 0 ,$$

де $i = 1, 2, \ldots, n$;

$\mathbf{X_0}$ – певна довільна вихідна точка.

Це дає точку $\mathbf{X_1}$, яка не являється оптимальним розв'язком для початкової задачі, але може слугувати позитивним наближенням до неї. Можна також виконати нову лінеаризацію (тобто, побудувати $\bar{F}^1$ та $\bar{h}_i^1$) і вирішити нову задачу. Застосовування даного методу пов'язано із певними трудношами, які необхідно враховувати. Найбільш серйозним із них полягає у тому, що метод може давати певну розходимість, якщо певні співвідношення лінеаризації не зберігаються при переході від одного циклу до іншого.

У даній короткій статті неможливо рекомендувати методи для рішення конкретних задач, особливо в зв'язку із великою різновидністю задач в галузі конструкції механізмів засобів транспорту.

Висновок

Синтез механізмів – це область, в якій застосовування мето-дів математичного програмування є доволі перспективним внаслідок властивого їм вільного формулювання. Обмеження та вимоги інженерних практичних задач часто можна враховувати у формах, які є сумісними до даних сучасних методів.

При обширному переліку сучасної літератури та наукових публікацій по синтезу механізмів і математичному програмуванню повний хронологічний огляд досягнень останнього десятиліття був би доволі громістким. Тому були лише відмічені окремі тенденції в синтезі механізмів, акцентуючи увагу на прагненні одержати «найкращу» конструкцію із врахуванням практичних вимог.

Головною метою наведеного дослідження є широке ознайомлення із досягненнями у двох областях з надією, що існуючі на даний час засоби оптимізації будуть застосовуватись до цих задач синтезу і що, навпаки, засоби оптимізації будуть надалі вдосконалюватись внаслідок досліджень конструкцій механізмів засобів транспорту. Це сприятиме кращому розумінню та прискореному розвитку як методів розрахунку механізмів, так і методології оптимізації.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Боголюбов А.Н. Развитие проблем механики машин. – К.: Наукова думка, 1967. – 291 с.
2. Лихтенхельдт В. Синтез механизмов. – М.: Наука, 1964. – 227 с.
3. Бейер Р. Кинематический синтез механизмов. – К.: Машгиз, 1959.
4. Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Чекудинов С.А. Синтез плоских механизмов. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1959. – 1084 с.
5. Геронимус Я.Л. Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1962.
6. Лившиц Б.И. Технология изготовления и сборки кулачковых механизмов. – М.: Машгиз, 1963.
7. Зинченко Е.И. Кинематический синтез шестизвенных механизмов четвертого класса с выстоим выходного звена: Дис. … канд. техн. наук: 05.02.02. – Харьков. – 2007. – 176 с.
8. Пасіка В.Р. Синтез комбінованого мальтійського механізму з пружним валом за заданим законом руху веденої маси. // Вісник НТУ «ХПІ». – Харків, 2007. – Вип. 29. – С. 95-108.
9. Чекудинов С.А. Синтез плоских шарнірно-рычажных механизмов. – М.: Изд-во академии наук СССР, 1959. – 323 с.
10. Новгородцев В.А. Некоторые вопросы оптимального проектирования механизмов при помощи ЭВМ // Теория механизмов и машин. – Харьков: Выща школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1979. – Вып. 27. – С. 104-111.
11. Харжевський В.О. Синтез важільних прямолінійно-напрямних механізмів та механізмів із зупинкою вихідної ланки на базі шарнірного чотириланкового механізму: Дис. … канд. техн. наук: 05.02.02. – Хмельниць-кий – 2004. – 262 с.
12. Харжевський В.О., Кіницький Я.Т. Чисельно-аналітичний метод синтезу важільних механізмів з зупинкою вихідної ланки на базі несиметричного шарнірного чотириланкового механізму із використанням точок Болла // Вісник Технол. У-ту Поділля. – Хмельницький: ТУП, 2003. - № 4. – С. 43-54.
13. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов. – М.: Машиностроение, 1988. – 232 с.
14. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокри-теріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // Машинознав-ство. – Львів. – 2002. - № 10. – С. 26-40.
15. Пейсах Э.Е., Герасименко Р.Л. Аналитический синтез восьми-звенного плоского шарнирного механизма с двумя выстоями ведомого звена в крайних положениях / Ленингр. политехн. Ин-т. – Л. – 1982. – 31 с. – Деп. в ВИНИТИ.
16. Nerge G. Zur Konstruktion von Rastgetrieben unter Ausnutzung der Totlagenwirkung. – Mabau. Wiss Z. TH Dresden, 1956/57. –H.2. – S. 279-282.
17. Чебышев П.Л. Теория механизмов, известных под именем параллелограммов // Полн. собр. соч. – М.;Л.: Изд-во АН СССР, 1947. – Т. 2. – С. 23-51.
18. Чебышев П.Л. О простейшей суставной системе, доставляющей движения, симметрические около оси // Полн. собр. соч. – М.;Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – Т. 4. – С. 167-211.
19. Alexander Evgrafov (editor). «Advances in Mechanical Engineering». Selected Contributions from the Conference «Modem Engineering Science and Education», Saint Petersburg, Russion, June 20-21, 2013. Springer, 2015. 142 p.
20. Radzevich S.P. «Generation of Surface Machining». CRC Press, Boca Raton 2014. - 738 p.
21. Radzevich S.P. «Geometry of Surfaces: A Practical Guide for Mechani-cal Engineers». Wiley-Blackwell, Chichester, 2013. – 264 p.
22. Смелягин А.И. Структура механизмов и машин. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. – 347 с.
23. Котляр Е.И., Новгородцев В.А., Соболь А.Н. Проектирование исполнительных механизмов с выстоем выходного звена // Материалы Междунар. научно-техн. конф. «Информационные технологии: наука, техни-ка, технология, образование, здоровье». – Харьков: ХГПУ. – 1996. – С. 39-42.
24. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.
25. Зарипова А.А. Одномерная оптимизация методом Пауэлла // А.А. Зарипова // Молодой ученый. – 2014. - № 4 – С. 13-20.
26. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер с англ. – М.: Мир, 1985

27. Еремин И.И., Костина И.А. Метод штрафов в линейном программировании и его реализация на ЭВМ. Ж. вычисл. матем. и матем.-физ., 1967, том 7, номер 6, - С. 1358-1366.

28. Фиакко А., Мак-Кормин Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации. Пер. с англ. под ред. Е.Г. Гольштейна. – М.: Мир, 1972. – 240 с.

29. Измайлов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 304 с.

30. Сантылова Л.И. Вариационное исчисление и методы оптимизации. – Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 2002. – 320 с.

31. Крумм Л.А. Методы приведенного градиента при управлении электроэнергетическими системами. - Новосибирск, "Наука", 1977.- 368 с.

Надійшла до редколегії 28.05.2023.
Прийнята до друку 08.06.2023.

A. MILYANYCH

OPTIMIZATION METHODS IN CALCULATIONS OF MECHANISMS OF VEHICLES OF TRANSPORT

Purpose. The optimal design of vehicle mechanisms is a detailed review and evaluation of the scientific and technical literature and individual publications on the methodology for optimizing the inherent calculations of these types of mechanical structures. The main purpose of this review material is to consider a number of directions for designing mechanisms of means of transport, especially highlighting the use of optimization methods. Research in the field of designing mechanisms is carried out in two directions: by the synthesis method according to given provisions and by the method of mathematical programming. **Methods**. Methods for the synthesis of hinged-lever mechanisms can be divided into two groups. In the first one, methods of approximation of functions are used, in the second one, optimization methods. The search for the optimal solution in the second group means the simultaneous search for the correct formulation of the problem, in which the parameters of the mechanisms should be sought under conditions of the best satisfaction of the requirements of the technological process. The problems of optimal design of mechanisms most often continue to be formulated as problems of the best approximation of functions. Optimization synthesis is a relatively new direction in the synthesis of lever mechanisms. Optimization synthesis is carried out on the basis of nonlinear optimization methods. At present, the complexity and complexity of the problems that arise and require solution in the process of designing mechanisms have significantly increased. A certain amount of research has been carried out within the framework of the classical theory of finite and infinitely small plane displacements. In these works, the theory of spatial motion of a general form is developed in detail and applied to the problems of kinematic synthesis. **Results**. Since the simplex method is quite effective in solving problems of linear programming, it became the founder of a number of methods of sequential linearization or methods of secant planes for solving nonlinear programming. **Practical significance**. With an extensive list of modern literature and scientific publications on the synthesis of mechanisms and mathematical programming, a complete chronological review of the achievements of the last decade would be quite loud. Therefore, individual trends in the synthesis of mechanisms were only noted, focusing on the desire to obtain a “better” design, taking into account practical requirements. The synthesis of mechanisms is an area in which the application of mathematical programming methods is quite promising due to their free formulation. The constraints and requirements of engineering practical problems can often be taken into account in forms consistent with the data of modern methods. The main purpose of this study is to make widely known the achievements in the two fields with the hope that currently existing optimization tools will be applied to these synthesis problems and that, conversely, the optimization tools will be further improved as a result of research on the design of vehicle mechanisms. This will contribute to a better understanding and accelerated development of both mechanisms calculation methods and optimization methodology.

Keywords: optimal design, means of transport, mechanism, synthesis methods, optimization methods.